

# I PLANIMETRIE

## 1 Winkel

### Lösungen zu Übungen 1

- |  |  |
|--|--|
| 1. a) $180 - \beta = \alpha + \gamma$                          | b) $\varphi = 180 - \beta$                   |
| 2. a) $\alpha = 137^\circ$                                     | b) $\alpha = 105^\circ; \beta = 120^\circ$   |
| c) $\alpha = 45^\circ$   | d) $\alpha = 22^\circ; \beta = 124^\circ$    |
| 3. $\alpha = 20^\circ$   |  |
| 4. $\varepsilon = 78^\circ$                                    |  |
| 5. a) $\alpha = 58^\circ; \beta = 32^\circ; \gamma = 64^\circ$ | b) $\alpha = 10^\circ; \gamma = 76^\circ$    |
| c) $\alpha = 26^\circ; \beta = 112^\circ$                      | d) $\alpha = 63^\circ$                       |
| 6. a) $\beta = 3\alpha; \beta = 114^\circ$                     | b) $\beta = 4\alpha; \beta = 152^\circ$      |
| 7. a) $\varepsilon = 180^\circ - 2\alpha$                      | b) $\varepsilon = \frac{\alpha + 2\beta}{2}$ |
| 8. a) $\varepsilon = 100^\circ$                                | b) $\varepsilon = 180^\circ - 2\gamma$       |
| c) $\varepsilon = 0^\circ; \text{ parallel}$                   | d) kein Schnittpunkt, nicht parallel         |

### Lösungen zu Übungen 2

- |   |                                 |
|---|---------------------------------|
| 9. a) $\gamma = \alpha + \alpha'; \varphi = 2\alpha + 2\alpha'$ | b) Formel aus a) gilt allgemein |
| c) $\gamma + \delta = 180^\circ$                                |                                 |
| 10. a) $\alpha = 29^\circ$                                      | b) $\beta = 45^\circ$           |
| c) $\gamma = 54^\circ$  | d) $\delta = 21^\circ$          |
| 11. $\beta = 90^\circ - \alpha$                                 |                                 |
| 12. a) $\alpha = 12.857^\circ$                                  | b) $\beta = 36^\circ$           |

## 2 Dreiecke

### Lösungen zu Übungen 1

- |  |                        |             |
|--|------------------------|-------------|
| 1. a) 1 Lösung                                   | b) unendlich           | c) 1 Lösung |
| d) 1 Lösung                                      | e) 2 Lösungen          | f) 1 Lösung |
| 2. Konstruktionen                                |                        |             |
| 3. Konstruktion                                  |                        |             |
| 4. Konstruktion                                  |                        |             |
| 5. a) $13.4 \text{ cm}^2$                        | b) $16.96 \text{ m}^2$ |             |
| 6. a) $h_a = 56 \text{ cm}; h_b = 24 \text{ cm}$ | b) $c = 2.5 \text{ m}$ |             |

## Lösungen zu Übungen 2

7. a)  $h_a = 2.078 \text{ m}$

b)  $h_a = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

8.  $h = 2.4 \text{ m}$

9. a)  $x = 0.96 \text{ m}$

b)  $x = \frac{4-a^2}{4}$

10.  $6.325 \text{ cm}$

11.  $A = 1611.955 \text{ cm}^2$

12.  $4.123a$

13.  $a = 1.932r$

14.  $a = \sqrt{rs}$

15.  $h = 4.42 \text{ m}$

16.  $h = 3.46 \text{ cm}$

17.  $b = 3.2 \text{ cm}$

18. a) Halbkreis: Durchmesser teilen 1:5

b) Halbkreis: Durchmesser teilen 1: $\frac{4}{3}$

## Lösungen zu Übungen 3

19.  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}; A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

20.  $b = a\sqrt{2}$

21. a)  $c = 10 \text{ cm}; b = 8.66 \text{ cm}$

b)  $c = 2a; b = a\sqrt{3}$

22. a)  $A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

b)  $A = \frac{r^2 3\sqrt{3}}{4}$

c)  $A = 3p^2\sqrt{3}$

23. a)  $A = 0.375 \text{ m}^2$

b)  $A = 0.504 \text{ m}^2$

c)  $A = 291.6 \text{ m}^2$

d)  $A = 484 \text{ cm}^2$

24.  $A = \frac{a^2}{4}(1+\sqrt{3})$

25. a)  $A = 2s^2(2-\sqrt{2})$

b)  $U = 8s(2-\sqrt{2})$

26.  $A = \frac{a^2}{4}(3+2\sqrt{3})$

27.  $A = \frac{c^2}{8}(2-\sqrt{3})$

28.  $x = 24 \text{ cm}$

29.  $s = 4\sqrt{5} \text{ cm} \rightarrow 8.944 \text{ cm}$

30.  $x_1 = 0.7 \text{ cm}; x_2 = 10.3 \text{ cm}$

31.  $a = 5\sqrt{13} \text{ cm} \rightarrow 18.028 \text{ cm}$
32.  $A = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2 \rightarrow 43.301 \text{ cm}^2$
33. a)  $d = 8.284 \text{ cm}$                       b)  $d = 6 \text{ cm}$
34. a)  $r = \frac{3a}{8}$                       b)  $r = \frac{a}{6}$                       c)  $r = \frac{a}{3}$
- d)  $r = \frac{7a}{6}$
35.  $x = 0.558a$
36. a)  $h = 14.3 \text{ cm}$                       b)  $h = \frac{1}{2}(d - \sqrt{d^2 - b^2})$
37.  $s = a\sqrt{2}; k = a\sqrt{3}$
38.  $k = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
39. a)  $h = 1.633 \text{ dm}$                       b)  $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$
40.  $A = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$
41.  $\overline{AB} = a\sqrt{5}; \overline{AC} = a\sqrt{3}; \overline{BC} = a\sqrt{2}$  (Pythagoras)

### 3 Vierecke

#### Lösungen zu Übungen 1

1. a)  $A = a \cdot h_a$                       b)  $A = \frac{e \cdot f}{2}$                       c)  $A = m \cdot h$
2. a)  $A = 361 \text{ cm}^2$                       b)  $A = 348.48 \text{ m}^2$                       c)  $A = 420.25 \text{ cm}^2$
3. a)  $A = 14'030.658 \text{ m}^2$                       b)  $A = 127.5 \text{ cm}^2$                       c)  $A = 25.536 \text{ m}^2$
4.  $a = 2.8 \text{ dm}; b = 5.6 \text{ dm}$
5. a)  $A = 113.4 \text{ cm}^2$                       b)  $A = 2204 \text{ cm}^2$
6.  $b = 4.8 \text{ cm}$
7. a)  $A = 170 \text{ cm}^2$                       b)  $A = 2911.58 \text{ cm}^2$
8. a)  $A = 3547.24 \text{ mm}^2$                       b)  $A = 3360 \text{ cm}^2$
9. a)  $A = 253 \text{ cm}^2$                       b)  $A = 94.81 \text{ cm}^2$
10.  $x = 3 \text{ cm}$
11. a)  $48 \text{ cm}^2$                       b)  $A = \frac{3s^2}{4}$
12.  $A = \frac{(a-b)^2}{2}$
13.  $A = 117 \text{ cm}^2$
14.  $x = \frac{2}{3}b$
15. a)  $x = 26.1 \text{ cm}$                       b)  $x = 10.667 \text{ cm}$



9.  $A = s^2\pi$   
 10.  $x = r(\sqrt{5} - 1)$   
 11.  $A = 1.112r^2$

## Lösungen zu Übungen 2

12. a)  $A = 13.09 \text{ cm}^2$   
 c)  $r = 5.642 \text{ cm}$   
 13.  $\alpha = 229.183^\circ$   
 14.  $b = s \cdot \pi$   
 15. a)  $A = s^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right); U = s \cdot \pi$   
 c)  $A = a^2\left(1 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right); U = \frac{2s \cdot \pi}{3}$   
 16. a)  $A = r^2(\sqrt{3} - 2\pi + 6); U = 2r(2\pi + 3)$   
 c)  $A = \frac{R^2}{2}\left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right); U = 4\pi \cdot R$   
 17. a)  $A = r^2$   
 18.  $A = r^2\left(2\sqrt{2} + 2 + \frac{5\pi}{4}\right)$   
 19.  $A = a^2\left(\frac{\pi - 2\sqrt{2} + 1}{4}\right)$   
 20.  $b_1 : b_2 = 1 : 1$   
 21. a)  $A_1 = A_2 = \frac{s^2}{8}\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)$   
 b)  $\alpha = 71.62^\circ$   
 b)  $A = s^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right); U = 2s \cdot \pi$   
 d)  $A = \frac{s^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right); U = \frac{3s \cdot \pi}{2}$   
 b)  $A = a^2\left(\frac{\pi \cdot \sqrt{2}}{2} - \pi + 1\right); U = \frac{a \cdot \pi \sqrt{2}}{2}$   
 d)  $A = \frac{s^2}{4}(\pi - \sqrt{3}); U = s\left(3 + \frac{\pi}{2}\right)$   
 b)  $A = r^2\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$   
 b)  $U_1 = \frac{s}{2}\left(4 + \frac{\pi}{2} - \sqrt{2}\right); U_2 = \frac{s}{2}(4 + \pi - \sqrt{2})$

## 5 Zentrische Streckung und Ähnlichkeit

### Lösungen zu Übungen 1

1. Es gilt:  $\overline{SA} : \overline{AA'} = \overline{SB} : \overline{BB'}$  oder  $\overline{SA} : \overline{SA'} = \overline{SA} : (\overline{SA} + \overline{AA'})$  oder ...  
 2. a)  $f = 16 \text{ cm}$   
 c)  $a' = 8\frac{1}{3} \text{ cm}$   
 b)  $e = 6 \text{ cm}$   
 d)  $b' = 8 \text{ cm}$   
 3.  $f = 3.5 \text{ cm}; e = 8.825 \text{ cm}; A_{\triangle ADE} = 45 \text{ cm}^2$   
 4.  $x = \frac{a(c-b)}{b}; y = \frac{cd}{b}; z = \frac{be}{c-b}$   
 5.  $x = 2\frac{2}{3} \text{ cm}$



36. a)  $A_s = 294 \text{ cm}^2$  b)  $A = 23.94 \text{ cm}^2$
37. a)  $A_s = \frac{ab}{6}$  b)  $A_s = \frac{ab}{20}$
38.  $A_s : A = 3 : 10$
39. a)  $F_1 : F_2 = a^2 : c^2$  b)  $F_3 = F_4$
40. a) beim Kreismittelpunkt b) Streckungsfaktor  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c)  $A_1 : A_2 = 2 : 1$
41.  $r_2 = 2 \text{ cm}$
42. a)  $A_3 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 a^2$  b)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{2n-2} a^2$

### Lösungen zu Übungen 3

43. Konstruktionen
44. Konstruktionen
45. Konstruktionen
46.  $\triangle ABC$  gleichschenkelig;  $\triangle APC$  gleichschenkelig;  $\triangle BAP$  gleichschenkelig
47.  $x = 20.944 \text{ cm}$ ;  $x - 8 = 12.944 \text{ cm}$ ;  $2x - 8 = 33.888 \text{ cm}$
48.  $\overline{AB} : \overline{BE} = 1 : \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$
49. a)  $\triangle ACD \approx \triangle DQC \approx \triangle QPD$ ; gleichschenkelig, Basiswinkel  $= \frac{180^\circ - 36^\circ}{2}$
- b)  $\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{DC} : \overline{DQ}$ ;  $\overline{AD} = 1.618$ ;  $\overline{DC} = 1$ ;  $\overline{DQ} = 0.618$





## II TRIGONOMETRIE

### 1 Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck

#### Lösungen zu Übungen 1

- |  |  |
|--|--|
| 1. a) 0.576  | b) 1.370   |
| c) 0.002   |  |
| 2. a) 8.021°   | b) 72°   |
| c) 68.755°   |  |
| 3. a) 0.4067   | b) 1.0000  |
| c) 0.5878  |  |
| 4. a) $b = 34.92 \text{ cm}; c = 47.37 \text{ cm}; \beta = 47.5^\circ$         | b) $a = 75.718 \text{ m}; b = 78.408 \text{ m}; \alpha = 44^\circ$               |
| c) $a = 21.603 \text{ m}; c = 27.490; \alpha = 51.8^\circ$                     | d) $a = 31.686 \text{ mm}; c = 66.091 \text{ mm}; \beta = 1.071$                 |
| e) $a = 25.845 \text{ cm}; b = 13.154 \text{ cm}; \beta = 0.471$               | f) $b = 13.042 \text{ mm}; c = 19.134 \text{ mm}; \alpha = 0.821$                |
| 5. a) 0.1650   | b) 1.000   |
| c) 0.5403  |  |
| 6. a) $\beta = 66.5^\circ; c = 18.537 \text{ dm}; a = 7.392 \text{ dm}$        | b) $\alpha = 47.5^\circ; b = 52.7 \text{ m}; a = 57.508 \text{ m}$               |
| c) $\alpha = 0.671; c = 53.09 \text{ cm}; b = 41.60 \text{ cm}$                | d) $\beta = 1.121; a = 9.134 \text{ dm}; b = 18.909 \text{ dm}$                  |
| 7. a) 0.0875   | b) 2.0194  |
| c) 0.6421  |  |
| 8. a) $\beta = 51.5^\circ; c = 67.468 \text{ m}; b = 52.801 \text{ m}$         | b) $\beta = 1.271; a = 5.319 \text{ mm}; b = 17.196 \text{ mm}$                  |
| c) $\alpha = 57.5^\circ; c = 106.712 \text{ mm}; b = 57.336 \text{ mm}$        | d) $\beta = 0.571; a = 3.894 \text{ dm}; c = 4.627 \text{ cm}$                   |
| e) $\alpha = 83^\circ; b = 36.561 \text{ m}; a = 297.764 \text{ m}$            | f) $\alpha = 74^\circ; a = 255,279 \text{ cm}; c = 265.566 \text{ cm}$           |
| 9. a) $\frac{a}{c} = \frac{a}{c}$  | b) $\frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1 \rightarrow a^2 + b^2 = c^2$           |
| c) $\frac{b}{c} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}} \rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$ | d) $1 + \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{\frac{b^2}{c^2}} \rightarrow a^2 + b^2 = c^2$ |
| 10. a) $\frac{5}{4}$   | b) $\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2}$  |
| c) $\frac{1}{2}$   | d) $\frac{1}{2}$   |

#### Lösungen zu Übungen 2

- |   |                                     |                                      |
|---|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 11. a) $30^\circ \rightarrow \frac{\pi}{6}$ | b) $83.826^\circ \rightarrow 1.463$ | c) $21.274^\circ \rightarrow 0.371$  |
| 12. a) $41.410^\circ \rightarrow 0.723$     | b) $\beta = \text{nicht definiert}$ | c) $109.259^\circ \rightarrow 1.907$ |
| 13. a) $37.235^\circ \rightarrow 0.650$     | b) $33.5^\circ \rightarrow 0.585$   | c) $89.427^\circ \rightarrow 1.561$  |
| 14. a) $\delta = 20^\circ$                  | b) $\delta = 0.617^\circ$           | c) $\delta = 65.9^\circ$             |
| d) $\delta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$      | e) $\delta = 44.996^\circ$          | f) $\delta = 74.948^\circ$           |

15. a)  $\alpha = 61.288^\circ$ ;  $b = 5.861$  m;  $\beta = 28.712^\circ$       b)  $\alpha = 32.312^\circ$ ;  $\beta = 57.688^\circ$ ;  $c = 13.844$  dm  
 c)  $c = 181.22$  cm;  $a = 172.350$  cm;  $\alpha = 72^\circ$       d)  $\alpha = 43.813^\circ$ ;  $\beta = 46.187^\circ$ ;  $b = 84.427$  mm  
 e)  $a = 1.625$  m;  $b = 1.483$  m;  $\beta = 42.4^\circ$       f)  $\alpha = 59.003^\circ$ ;  $\beta = 30.997^\circ$ ;  $a = 171.438$  m  
 g)  $\alpha = 41.81^\circ$ ;  $\beta = 48.19^\circ$ ;  $b = 22.36$  cm      h) nicht definiert  
 i)  $c = 119.357$  mm;  $a = 116.919$  mm;  $\beta = 11.6^\circ$       j)  $\alpha = 66.132^\circ$ ;  $c = 12.357$  m;  $\beta = 23.868^\circ$

### Lösungen zu Übungen 3

16. a)  $\alpha = 5.711^\circ$       b)  $\alpha = 16.699^\circ$       c)  $\alpha = 45^\circ$   
 17. a)  $a = 17.633\%$       b)  $a = 36.4\%$       c)  $a = 274.748\%$   
 18. a)  $\alpha = 78.778^\circ \rightarrow 500\%$       b)  $\alpha = 60.535^\circ \rightarrow 180\%$       c)  $\alpha = 36.961^\circ \rightarrow 75\%$   
 19.  $c = 7.442$  m  
 20.  $c = 2282.307$  m  
 21.  $\alpha = 74.038^\circ$   
 22. a)  $a = 46.321$  cm;  $b = 34.905$  m      b)  $a = 59.867$  cm;  $b = 43.496$  m  
 c)  $\alpha = \frac{\varphi}{2}$ ;  $a = e \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ ;  $b = e \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$   
 23. Winkel zwischen Seite und Diagonale:  $\alpha = 23.85^\circ$ ;  $\beta = 66.15^\circ$   
 Winkel zwischen den Diagonalen:  $\gamma = 132.30^\circ$ ;  $\varphi = 47.70^\circ$   
 24.  $\gamma = 40^\circ$ ;  $h_c = 70.5$  mm  $\rightarrow c = 51.3$  mm;  $A = 1807.8$  mm<sup>2</sup>  
 25.  $\varphi = 88.854^\circ$ ;  $b = 31.016$  cm;  $A = 310.159$  cm<sup>2</sup>  
 26.  $A = 121.554$  cm<sup>2</sup>  
 27.  $\alpha = 53.951^\circ$   
 28. a)  $\alpha = 54.736^\circ$       b)  $\beta = 35.264^\circ$   
 c)  $\varphi = 70.529^\circ$  bzw.  $109.471^\circ$   
 29. a)  $r = \frac{h}{\tan \alpha}$       b)  $r = 19.673$  cm  
 30. a)  $x = 2.939$  cm      b)  $x = 2.325$  cm  
 c)  $x = 2.293$  cm      d)  $x = 15.969$  cm  
 31.  $\alpha = 36.87^\circ \rightarrow 90 - \alpha = 53.13^\circ$ ;  $F_R = 225$  N  
 32.  $F_{Res} = 5694$  N;  $F = 21'250.4$  N  
 33.  $\beta = 28.454^\circ$ ;  $l = 31.847$  mm  
 34.  $x = 26.086$  m  
 35. a)  $\alpha = 8.624^\circ$       b) 6:34 Uhr bzw. 17:26 Uhr  
 36.  $x = 22.6$  m  
 37.  $x = 1009.325$  m  
 38. Distanz = 119.426 m; Höhe = 40.351 m  
 39. 352.060 m  
 40.  $y = 16.857$  m  
 41.  $h = 2.356$  m;  $b = 12.025$  m  
 42.  $v = 1137.3$  km/h;  $b = 5225.341$  km

## 2 Berechnungen am schiefwinkligen Dreieck

### Lösungen zu Übungen 1

1. a)  $\sqrt{3}$                       b) 0.986                      c) 0.282  
     d) 0.75                        e) 0.971                      f) 0.947
2. a)  $20.487^\circ; 159.513^\circ$     b)  $139.970^\circ; 319.970^\circ$     c)  $25.842^\circ; 334.158^\circ$   
     d)  $180.573^\circ; 359.427^\circ$     e)  $87.614^\circ; 267.614^\circ$     f)  $126.870^\circ; 233.130^\circ$
3. a)  $\neq$                           b)  $\neq$                           c)  $=$                           d)  $=$
4. a)  $f \rightarrow <$                       b)  $f \rightarrow =$                       c)  $f \rightarrow <$                       d)  $f \rightarrow >$
5. a)  $f \rightarrow >$                       b)  $w$                           c)  $w$                           d)  $f \rightarrow =$
6.  $\cos 90^\circ = 0$ ;  $0^\circ \leq \gamma < 90^\circ \rightarrow -2ab \cos \gamma$  negativ;  $90^\circ < \gamma \leq 180^\circ \rightarrow -2ab \cos \gamma$  positiv
7. a)  $\sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \cos \varphi$                       b)  $\sin^2 \varphi = 1 - \cos^2 \varphi$   
     c)  $1 + \tan^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$                       d)  $1 + \tan^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$
8.  $\alpha = 0^\circ$ :                      0                      1                      0  
      $\alpha = 90^\circ$ :                      1                      0                      undef.  
      $\alpha = 180^\circ$ :                      0                      -1                      0  
      $\alpha = 270^\circ$ :                      -1                      0                      undef.
9. a)  $r = \frac{s}{2} \cdot \tan \frac{360^\circ}{2 \cdot 6} \rightarrow U = 12 \cdot \tan(30^\circ)$                       b)  $U = 2n \cdot \tan\left(\frac{360^\circ}{2n}\right)$

### Lösungen zu Übungen 2

10. a)  $\gamma = 88.6^\circ$ ;  $b = 66.962$  cm;  $c = 70.269$  cm  
     b)  $\gamma = 118.3^\circ$ ;  $a = 22.039$  cm;  $b = 11.103$  cm  
     c)  $\beta = 22.557^\circ$ ;  $\alpha = 123.343^\circ$ ;  $a = 141.557$  mm  
     d)  $\gamma = 74.339^\circ$ ;  $\alpha = 80.601^\circ$ ;  $c = 68.826$  m oder  $\gamma = 55.601^\circ$ ;  $\alpha = 99.399^\circ$ ;  $c = 58.963$  m  
     e)  $\alpha = 92.247^\circ$ ;  $\gamma = 52.753^\circ$ ;  $a = 11.184$  km oder  $\alpha = 17.753^\circ$ ;  $\gamma = 127.247^\circ$ ;  $a = 3.413$  km  
     f)  $\alpha = 27.398^\circ$ ;  $\beta = 18.602^\circ$ ;  $a = 7.501$  dm;  $c = 11.726$  dm
11. a)  $\gamma = 180 - \alpha - \beta$ ;  $a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$ ;  $c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$                       b)  $\alpha = 180 - \beta - \gamma$ ;  $b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$ ;  $c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$
12.  $U = 220.821$  cm
13.  $w_\alpha = 146.030$  mm
14. a)  $\tan(30) = \frac{\sqrt{3}}{3}$                       b)  $\tan(15) = 2 - \sqrt{3}$

### Lösungen zu Übungen 3

15. a)  $\alpha = 54.219^\circ$ ;  $\beta = 43.240^\circ$ ;  $\gamma = 82.541^\circ$   
 b)  $\alpha = 90.967^\circ$ ;  $\gamma = 21.033^\circ$ ;  $a = 33.430$  mm  
 c)  $c = 2.515$  m;  $\alpha = 32.862^\circ$ ;  $\beta = 44.238^\circ$   
 d)  $\gamma = 38.654^\circ$ ;  $\alpha = 31.367^\circ$ ;  $\beta = 109.979^\circ$
16. a)  $\alpha = 37.666^\circ$ ;  $\beta = 17.934^\circ$ ;  $a = 92.278$  cm;  $c = 124.604$  cm  
 b)  $\gamma = 12.374^\circ$ ;  $c = 5.508$  m;  $\beta = 20.626^\circ$ ;  $b = 9.055$  m  
 c)  $\alpha = 60.841^\circ$ ;  $a = 62.618$  cm;  $\beta = 71.501^\circ$ ;  $\gamma = 47.658^\circ$   
 d)  $\gamma = 46.700^\circ$ ;  $b = 26.505$  m;  $a = 28.219$  m;  $c = 21.747$  m  
 e)  $a = 7.396$  cm;  $c = 10.056$  cm;  $\alpha = 45.373^\circ$ ;  $\beta = 30.027^\circ$   
 f)  $a = 3.693$  mm;  $\alpha = 47.353^\circ$ ;  $b = 3.807$  mm;  $\gamma = 83.347^\circ$ ;  $c = 4.987$  mm
17. a)  $\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\right)$ ;  $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{a \cdot \sin \gamma}{c}\right)$ ;  $\beta = 180 - \alpha - \gamma$   
 b)  $b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta}$ ;  $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{a \cdot \sin \beta}{b}\right)$ ;  $\gamma = 180 - \alpha - \beta$
18. a)  $b = 3.681$  m;  $\beta = 142^\circ$   
 b)  $\alpha = 84.920^\circ$ ;  $\beta = 95.080^\circ$   
 c)  $a = 45.861$  mm;  $\alpha = 104^\circ$
19. a)  $c = 1.764$  mm;  $d = 7.972$  mm;  $\gamma = 101^\circ$ ;  $\delta = 142^\circ$   
 b)  $\alpha = 77.364^\circ$ ;  $\beta = 51.318^\circ$ ;  $\gamma = 128.682^\circ$ ;  $\delta = 102.636^\circ$   
 c)  $b = 9.614$  m;  $d = 8.936$  m;  $\alpha = 82^\circ$ ;  $\beta = 67^\circ$
20.  $a = 16.851$  cm;  $b = 26.475$  cm;  $c = 26.630$  cm
21. a)  $U = 35.037$  dm;  $A = 74.160$  dm<sup>2</sup>  
 b)  $U = 28.39$  cm;  $A = 50.026$  cm<sup>2</sup>
22.  $\alpha = 38.942^\circ$ ;  $\beta = 31.586^\circ$ ;  $\gamma = 109.471^\circ$
23.  $55.759^\circ$  bzw.  $124.241^\circ$
24.  $h = 24.827$  m
25.  $V_w = 2943.231$  m<sup>3</sup>
26.  $t = 14.337$  min
27.  $h = 1204.485$  m
28.  $\overline{PQ} = 804.734$  m
29.  $\overline{S_1 S_2} = 276.406$  m
30.  $33.898$  km
31.  $x = 1.083$
32.  $x = 5.758$  cm
33.  $x = \frac{b}{2}(1 - \tan^2 \alpha)$

### Lösungen zu Übungen 4

$$34. \quad A = \frac{1}{2} pq \cdot \sin \alpha$$

$$35. \quad a) \quad A = \frac{1}{2} pq = 20 \text{ cm}^2$$

b) / c) für  $\alpha \neq 90^\circ$ : 2 Dreiecke mit gleicher Fläche

$$36. \quad a) \quad A = 8445.797 \text{ m}^2$$

$$b) \quad A = 1070.067 \text{ dm}^2$$

$$37. \quad \gamma_1 = 32.151^\circ; \quad \gamma_2 = 147.849^\circ \quad (\rightarrow \text{es gibt immer 2 Lösungen})$$

$$38. \quad c = 1.705 \text{ dm}; \quad b = 3.254 \text{ dm}$$

$$39. \quad a) \quad A = 13.252 \text{ cm}^2$$

$$b) \quad A = 36.180 \text{ cm}^2$$

$$c) \quad A = 37.971 \text{ cm}^2$$

$$d) \quad A = 14.506 \text{ cm}^2$$

$$e) \quad A = r^2 \left( \frac{\pi \cdot \arcsin\left(\frac{s}{2r}\right)}{180} - \frac{\sin\left(2 \cdot \arcsin\left(\frac{s}{2r}\right)\right)}{2} \right)$$

$$f) \quad A = \frac{s^2}{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \left( \frac{\pi \cdot \alpha}{180} - \sin \alpha \right)$$

$$40. \quad A = 36.522 \text{ cm}^2$$

$$41. \quad A = 69.828 \text{ cm}^2$$

$$42. \quad A = 68.518 \text{ m}^2$$

$$43. \quad A = 12.616 \text{ cm}^2$$

$$44. \quad A = 349.613 \text{ mm}^2$$

$$45. \quad A = 146.153 \text{ cm}^2$$

$$46. \quad A = 14.799 \text{ mm}^2$$

$$47. \quad A = 1219.663 \text{ mm}^2$$

$$48. \quad s = 32.492 \text{ cm}; \quad r_u = 52.573 \text{ cm}; \quad A_{10} = 8122.992 \text{ cm}^2$$

$$49. \quad a) \quad A_n = \frac{a^2 \cdot n}{4 \cdot \tan\left(\frac{180}{n}\right)}$$

$$b) \quad A_n = r_2 \cdot n \cdot \tan\left(\frac{180}{n}\right)$$

$$c) \quad A_n = \frac{\rho^2 \cdot n \cdot \sin\left(\frac{360}{n}\right)}{2}$$

### 3 Trigonometrische Funktionen und ihre Graphen

#### Lösungen zu Übungen 1

1.

	Def.menge	Wertemenge	Periodenlänge	Symm.achsen	Symm.zentren
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$-1 \leq y \leq 1$	$2\pi$	$x = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi$	$x = n \cdot \pi, y = 0$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$-1 \leq y \leq 1$	$2\pi$	$x = n \cdot \pi$	$x = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi, y = 0$
$\tan x$	$\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{x}{2} + n \cdot \pi \right\}$	$\mathbb{R}$	$\pi$	keine	$x = n \cdot \pi, y = 0$

2.

	Nullstellen	Rel. Minima	Rel. Maxima
$\sin x$	$n \cdot \pi$	$-\frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$	$\frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$
$\cos x$	$\frac{\pi}{2} + n \cdot \pi$	$\pi + n \cdot 2\pi$	$n \cdot 2\pi$
$\tan x$	$n \cdot \pi$	$x = -\frac{\pi}{2} + n \cdot \pi, y$ nicht def.	$x = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi, y$ nicht def.

3. a)  $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$     b)  $\cos 210^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$     c)  $\tan 225^\circ = \tan 45^\circ = 1$   
 d)  $\sin 300^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$     e)  $\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$     f)  $\tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$
4. a)  $x = \frac{\pi}{4}$     b)  $x = \frac{4\pi}{3}$     c)  $x = \frac{2\pi}{3}$
5. a)  $-\cos x$     b)  $\sin x$     c)  $-\sin x$   
 d)  $-\cos x$
6. a)  $2 \cdot \cos x$     b)  $0$     c)  $-1$   
 d)  $-1$     e)  $0$     f)  $2 \cdot \cos x$

#### Lösungen zu Übungen 2

7. a) Graph    b) Jeder y-Wert wird verdreifacht.  
 c) Jeder y-Wert wird halbiert.    d) Spiegelung an der x-Achse.
8. a) Graph, Periode  $2\pi$     b) Graph, Periode  $\frac{2\pi}{3}$   
 c) Graph, Periode  $4\pi$     d) Graph,  $y = \cos(-x) = \cos x$
9. a) Graph    b) Verschiebung um  $\frac{\pi}{3}$  nach rechts (positiv)  
 c) Verschiebung um  $\frac{3\pi}{4}$  nach links (negativ)
10. a) Graph  
 b) Verschiebung um +1 in y-Achsenrichtung nach oben  
 c) Verschiebung um -2 in y-Achsenrichtung nach unten
11. a) – h) Graph

12. a)  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$                       b)  $y = \frac{1}{2} \cdot \sin(4x) - 2.5$
- c)  $y = 3 \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$                       d)  $y = \sin\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) + 2$
13. a)  $y = -3 \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$                       b)  $y = 2 \cdot \cos\left(x - \frac{5\pi}{6}\right) + 2$
- c)  $y = \frac{3}{2} \cdot \cos(2x) + \frac{1}{2}$                       d)  $y = \cos\left(\frac{1}{2}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\right) - 2$
14. a)  $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 3$                       b)  $y = \frac{1}{2} \cdot \tan\left(\frac{x}{2}\right) - 5$
15. a)  $y = 2 \sin\left(\frac{1}{3}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) + 1 \rightarrow$  strecken mit Faktor 2 in y-Richtung; strecken mit Faktor 3 in x-Richtung;  
schieben um  $\frac{\pi}{2}$  nach links; schieben um 1 Einheit nach oben
- b)  $P(0/2)$     c)  $T = 6\pi$
- d)  $A = 2$     e)  $N(3\pi/0)$
- f)  $H(\pi/3)$     g)  $T(4\pi/-1)$
16. a)  $y = \cos\left(\frac{5}{2}\left(x - \frac{\pi}{10}\right)\right) - \frac{1}{2} \rightarrow$  strecken mit Faktor  $\frac{2}{5}$  in x-Richtung;  
schieben um  $\frac{\pi}{10}$  nach rechts; schieben um  $\frac{1}{2}$  nach unten
- b)  $P(0/0.207)$     c)  $T = \frac{4\pi}{5}$
- d)  $A = 1$     e)  $N(0.733/0)$
- f)  $H(0.314/0.5)$     g)  $T(1.574/-1.5)$

### Lösungen zu Übungen 3

17. a)  $N\left(n \cdot \pi - \frac{c}{b}/0\right)$ ; Abstand:  $\frac{\pi}{b}$
- b) Amplitude: wird verdoppelt; Lage neu:  $N\left(n \cdot \pi - \frac{c}{2b}/0\right)$ ; Abstand: wird halbiert
- c) Amplitude: wird halbiert; Lage neu:  $N\left(n \cdot \pi - \frac{c}{2b}/0\right)$ ; Abstand: bleibt
- d) Amplitude: bleibt; Lage: bleibt; Abstand: wird verdoppelt
- e)  $|a| > 1 \rightarrow$  Streckung vertikal;  $0 < |a| < 1 \rightarrow$  Stauchung vertikal  
 $b > 1 \rightarrow$  Stauchung horizontal;  $0 < b < 1 \rightarrow$  Streckung horizontal
18. a)  $A = 200.0 \text{ V}$ ;  $T = \frac{1}{25} \text{ s}$ ;  $t_0 = 0.04 \text{ s}$ ;  $f = 25 \text{ Hz}$ ;  $\varphi = -0.683$                       b)  $U = -126.225 \text{ V}$
- c)  $U = 126.225 \text{ V}$                                       d)  $x_1 = 0.00697 \text{ s}$                                       e)  $x_0 = 0.0143 \text{ s}$
19.  $I = 30 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t)$
20.  $P(t) = 30 \cdot \sin\left(\pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$





12. a)  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$       b)  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$   
 c)  $\sqrt{3} + 2$       d)  $\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$   
 e)  $-\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$       f)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
13. a)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \alpha + \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha$       b)  $\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$   
 c)  $\frac{\tan \alpha - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} \cdot \tan \alpha}$       d)  $\frac{(\sqrt{3} - 1)\sqrt{2}}{4} \cdot \cos \alpha - \frac{(\sqrt{3} + 1)\sqrt{2}}{4} \cdot \sin \alpha$
14. a) 0      b) -1
15. a)  $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$       b)  $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$   
 c)  $\tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$

### Lösungen zu Übungen 4

16. a)  $L = \{45^\circ; 225^\circ\}$       b)  $L = \{74^\circ; 254^\circ\}$   
 c)  $L = \{68.2^\circ; 248.2^\circ\}$       d)  $L = \{50^\circ; 170^\circ\}$   
 e)  $L = \{167^\circ; 347^\circ\}$       f) undef
17. a)  $L = \{45^\circ; 225^\circ\}$       b)  $L = \{135^\circ; 315^\circ\}$   
 c)  $L = \{0^\circ; 90^\circ; 180^\circ; 270^\circ; 360^\circ\}$       d)  $L = \{0^\circ; 180^\circ; 360^\circ\}$
18. a)  $L = \{32.405^\circ; 147.595^\circ\}$       b)  $L = \{69.174^\circ; 249.174^\circ\}$   
 c)  $L = \{18.789^\circ; 327.211^\circ\}$       d)  $L = \{85.5^\circ; 94.5^\circ; 274.5^\circ; 265.5^\circ\}$
19. a)  $L = \{57.995^\circ; 237.995^\circ\}$       b)  $L = \{66.422^\circ; 293.578^\circ\}$   
 c)  $L = \{54.404^\circ; 125.596^\circ\}$       d)  $L = \{26.565^\circ; 206.565^\circ\}$
20. a)  $L = \{126.870^\circ; 233.130^\circ\}$       b)  $L = \{53.130^\circ; 126.870^\circ; 233.130^\circ; 306.870^\circ\}$   
 c)  $L = \{0^\circ; 45^\circ; 180^\circ; 225^\circ; 360^\circ\}$       d)  $L = \{30^\circ; 150^\circ\}$
21. a)  $L = \{35.264^\circ; 144.736^\circ; 215.264^\circ; 324.736^\circ\}$       b)  $L = \{53.234^\circ; 126.766^\circ; 233.234^\circ; 306.677^\circ\}$   
 c)  $L = \{45^\circ; 135^\circ; 225^\circ; 315^\circ\}$       d)  $L = \{90^\circ\}$
22. a)  $L = \{0^\circ; 60^\circ; 180^\circ; 300^\circ; 360^\circ\}$       b)  $L = \{111.471^\circ; 248.529^\circ\}$   
 c)  $L = \{0^\circ; 75.964^\circ; 180^\circ; 255.964^\circ; 360^\circ\}$       d)  $L = \{106.307^\circ; 253.693^\circ\}$
23. a)  $L = \{60^\circ; 120^\circ; 240^\circ; 300^\circ\}$       b)  $L = \{90; 270\}$
24. a)  $L_x = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}; L_y = \{-1\}$       b)  $L_x = \left\{ \frac{7\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}; \frac{19\pi}{12}; \frac{23\pi}{12} \right\}; L_y = \{0.5\}$   
 c)  $L_x = \{ \}; L_y = \{2.866\}$       d)  $L_x = \{2.191; 5.333\}; L_y = \{-3.5\}$
25. a)  $L_{x/y} = \{0/0; \pi/0; 2\pi/0\}$       b)  $L_{x/y} = \{0.896/1.250; 2.246/-1.250\}$



### III STEREOMETRIE

#### 1 Grundlagen

##### Lösungen zu Übungen 1

1. a) Skizze  
b) z.B.  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ;  $\overline{AG} \cap \overline{BH}$ ;  $\overline{AB} = \overline{BA}$ ;  $ABC \parallel EFG$ ;  $ABC = BCD$ ;  $ABD \cap CGF$
2. a) schneiden sich      b) sind windschief      c)  $48.190^\circ$       d)  $54.736^\circ$
3. a)  $45^\circ$       b)  $20.705^\circ$       c)  $34.54^\circ$

#### 2 Prisma und Zylinder

##### Lösungen zu Übungen 1

1. a)  $V = 900$ ;  $S = 770$     b)  $V = 10b^3$ ;  $S = 42b^2$     c)  $V = 11c^3$ ;  $S = 38c^2$     d)  $V = 1026$ ;  $S = 914$
2. 13 cm
3. a) nein      b)  $5682 \text{ cm}^2$       c) 2.807 kg
4.  $a^2\sqrt{2}$
5. a)  $V = \frac{k^3\sqrt{3}}{9}$       b)  $S = 2k^2$       c)  $l = 4\sqrt{3} \cdot k$
6. a)  $n^3$       b)  $\frac{1}{n^3}$       c)  $\cdot n$       d)  $27; \frac{1}{27}; \cdot 3$
7.  $a = 0.424 \text{ m}$ ;  $b = 0.707 \text{ m}$ ;  $c = 1.131 \text{ m}$
8.  $l = 6.257 \text{ cm}$ ;  $b = 8.849 \text{ cm}$ ;  $h = 10.837 \text{ cm}$
9. a) Skizze      b)  $A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$
10. 40%
11. 25.883%
12. 329.102%
13. 61.059 kg
14.  $d = 0.780 \text{ dm}$
15. 1.08 cm
16. a) 9 m      b) 8.062 m

##### Lösungen zu Übungen 2

17.  $V = 418.997 \text{ cm}^3$ ;  $S = 454.146 \text{ cm}^2$
18.  $V = 2014.36 \text{ cm}^3$ ;  $S = 1087.82 \text{ cm}^2$
19.  $5\sqrt{21} = 22.913$
20.  $s = 7a$ ;  $h = 12a$

$$21. \quad V = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot s^3; \quad S = s^2 \cdot (3\sqrt{3} + 9)$$

$$22. \quad s = a \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{3}}$$

$$23. \quad \text{a) Prisma} \qquad \text{b) } V = \frac{a^3}{4} \qquad \text{c) } S = a^2 \cdot \left(2 + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$24. \quad V = s^3 \cdot \sin \alpha$$

$$25. \quad \text{a) wird kleiner} \qquad \text{b) } -7.950\%$$

$$26. \quad \text{a) } V = \frac{3a^3}{2}(1 + \sqrt{2}); \quad S = a^2(9 + 4\sqrt{2}) \qquad \text{b) } V = b^3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}; \quad S = b^2(6 + 3\sqrt{3})$$

$$27. \quad 1344.499 \text{ cm}^3$$

$$28. \quad \text{a) Skizze} \qquad \text{b) } 25.526 \text{ cm}$$

$$29. \quad \text{a) } 193.297 \text{ m}^2 \qquad \text{b) } 95.726 \text{ m}^2 \qquad \text{c) } 424.515 \text{ m}^3$$

### Lösungen zu Übungen 3

$$30. \quad V = \pi \cdot r^3$$

$$31. \quad 2.101 \text{ m}^2$$

$$32. \quad r = a \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

$$33. \quad +50\%$$

$$34. \quad -36.31\%$$

$$35. \quad V = 1028.47 \text{ cm}^3; \quad S = 580.113 \text{ cm}^2$$

$$36. \quad V = \frac{1}{4}a^3(4\sqrt{3} - \pi); \quad S = a^2\left(6 + 2\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$37. \quad 6.714 \text{ cm}$$

$$38. \quad 2237.646 \text{ cm}^2$$

$$39. \quad 4.33 \text{ cm}$$

$$40. \quad d_a = 5.382 \text{ m}; \quad d_i = 2.642 \text{ m}$$

$$41. \quad \text{a) } V = 3621.903; \quad S = 1972.699 \qquad \text{b) } V = r^3\left(2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right); \quad S = r^2\left(6 + 6\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\text{c) } V = 27c^3(100\pi - 49\sqrt{3}); \quad S = 90c^2(22\pi - 7\sqrt{3}) \qquad \text{d) } V = d^3\left(1 + \frac{3\pi}{2}\right); \quad S = 6d^2(1 + \pi)$$

## 3 Spitze Körper

### Lösungen zu Übungen 1

$$1. \quad \text{a) } 19.900 \text{ cm} \qquad \text{b) } 455.368 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } 599.368 \text{ cm}^2 \qquad \text{d) } 864 \text{ cm}^3$$

$$2. \quad \text{a) } V = a^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{6}; \quad S = a^2(1 + \sqrt{3}) \qquad \text{b) } V = 15084.945 \text{ cm}^3; \quad S = 4371.281 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } V = a^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{12} = 7542.472 \text{ cm}^3; \quad S = a^2\sqrt{3} = 2771.281 \text{ cm}^2$$

$$3. \quad \text{a) } 15.995 \text{ cm} \qquad \text{b) } 16.818 \text{ cm}$$

$$\text{c) } 218.759 \text{ cm}^2 \qquad \text{d) } 253.833 \text{ cm}^2$$

$$4. \quad \text{a) } 3.488 \text{ dm} \qquad \text{b) } 1.699 \text{ dm}$$

5. a)  $36.45 \text{ cm}^3$  b)  $30.964^\circ$   
 c)  $50.194^\circ$
6. a)  $10.825 \text{ cm}$  b)  $671.813 \text{ cm}^2$
7.  $s = 13.014 \text{ cm}; h = 10.626 \text{ cm}$
8.  $126.996 \text{ cm}^3$  bzw.  $141.478 \text{ cm}^3$
9. a)  $V = \frac{a^3}{6}$  b)  $S = a^2(1 + \sqrt{2})$   
 c)  $k_{\text{tot}} = a(4 + 2\sqrt{3})$
10. a) 2 Kanten à 5 cm, 4 Kanten à 6.5 cm b)  $22.726 \text{ cm}^3$   
 c)  $V = 0$  (flach)
11.  $S = a^2(1 + \sqrt{2})$
12.  $V = \frac{a^3}{2}$
13. a) Skizze b)  $32.861 \text{ cm}$   
 c)  $7.970 \text{ cm}$
14.  $310 \cdot 332.668 \text{ cm}^3$
15.  $14.409 \text{ m}^2$
16.  $V = a^3\left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{3}\right); S = a^2(7 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2})$
17. a)  $V = a^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}; S = 2a^2\sqrt{3}$  b)  $62.427 \text{ cm}^3$
18.  $V = a^3 \cdot \sqrt{2}; S = 6a^2\sqrt{3}$

## Lösungen zu Übungen 2

19.  $27.713 \text{ cm}$
20.  $r = \frac{a}{\sqrt{2\pi}}$
21. a)  $26.362 \text{ m}^2$  b)  $3.403 \text{ m}$   
 c)  $8.847 \text{ m}^3$
22.  $S = 129.308 \text{ cm}^2; V = 68.423 \text{ cm}^3$
23. a)  $26.25 \text{ mm}$  b)  $4.274 \text{ mm}$
24.  $1.801 \text{ cm}$
25.  $h = 3.048 \text{ cm}; d = 2.778 \text{ cm}$
26.  $m = 41.541 \text{ cm}; \varphi = 57.928^\circ; b = 42 \text{ cm}$
27. a)  $h = 24 \text{ cm}; d = 22 \text{ cm}; m = 26.401 \text{ cm}$  b)  $129.361 \text{ kg}$
28.  $405 \text{ cm}^3$

## 4 Stumpfe Körper

### Lösungen zu Übungen 1

- |   |   |
|---|---|
| 1. a) $V = 928.649; S = 604.903$  | b) $V = b^3 \cdot \frac{3 + \sqrt{2}}{12} = 0.368b^3; S = 4.923b^2$ |
| 2. $V = 8721 \text{ cm}^3; S = 2711.4 \text{ cm}^2$                                     |   |
| 3. a) $381.917 \text{ cm}^3$  | b) $224.820 \text{ cm}^2$   |
| c) $357.332 \text{ cm}^2$   | d) $15 \text{ cm}$  |
| 4. $214.140$  |   |
| 5. $2.8 \text{ cm} \times 2.8 \text{ cm}$   |   |
| 6. a) $x = 3.713 \text{ cm}; A = 90.714 \text{ cm}^2$                                   | b) $x = 6.661 \text{ cm}; A = 57.146 \text{ cm}^2$                  |
| 7. $202,667 a^3$  |   |
| 8. $16.452 \text{ m}$   |   |
| 9. $V = \frac{73}{81} a^3 = 0.901a^3; S = a^2 \cdot \frac{32+10\sqrt{2}}{9} = 5.127a^2$ |   |
| 10. a) $5 \text{ cm}$   | b) $6.934 \text{ cm}$   |
| c) $6.667 \text{ cm}$   |   |
| 11. $0.824 \text{ g/cm}^3$  |   |
| 12. a) $4 \text{ cm}$   | b) $94.049 \text{ cm}^2$  |

### Lösungen zu Übungen 2

- |  |                              |
|--|------------------------------|
| 13. a) $428'947.82 \text{ cm}^3$                 | b) $33'421.119 \text{ cm}^2$ |
| c) $126.839^\circ$                               |                              |
| 14. $1883.86 \text{ cm}^3$                       |                              |
| 15. $2261.209 \text{ cm}^2$                      |                              |
| 16. $V = 0.329 a^3; S = 6.193 \text{ cm}^2$      |                              |
| 17. a) $0.874 \text{ g/cm}^3$                    | b) $0.125 \text{ g/cm}^3$    |
| 18. a) $17.100 \text{ cm}$                       | b) $2.593 \text{ cm}$        |
| 19. $h = 9.977 \text{ cm}; V = 270 \text{ ml}$   |                              |
| 20. $108^\circ$                                  |                              |
| 21. $396.678 \text{ g}$ bzw. $297.508 \text{ g}$ |                              |

## 5 Kugel und Kugelteile

### Lösungen zu Übungen 1

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| 1. $1000$  |                                    |
| 2. a) $5.099 \cdot 10^8 \text{ km}^2$                      | b) $6.020 \cdot 10^{21} \text{ t}$ |
| 3. $84386 \text{ Stück}$                                   |                                    |
| 4. $V_1 = 78.440 \text{ cm}^3; V_2 = 420.389 \text{ cm}^3$ |                                    |

5. 6.329 cm
6.  $h = \frac{2}{3}d$
7.  $r = 14.172 \text{ cm}; m = 72.264 \text{ cm}$
8.  $d_z = 0.816d; M = 2.565d^2$
9. 72.360%
10. a) 21765.592 cm<sup>3</sup>                      b) 1:0.637
11. a)  $S = a^2 \cdot \pi$                       b) 1:1.910  
 c) 904.779 cm<sup>3</sup>
12. a) 904.778 cm<sup>3</sup>                      b) 492.499 cm<sup>3</sup>  
 c) 8488.581 cm<sup>3</sup>
13.  $V_z = \frac{r^4 \cdot \pi}{h}$
14.  $a = 12 \text{ cm}; V = 576 \text{ cm}^3$
15.  $a = 2 \cdot r \cdot \sqrt{6}$
16. 0.887 cm
17. a) 904.779 m<sup>3</sup>                      b) 81.430 kg
18. a) 113.097 cm<sup>3</sup>                      b) 0.638 g/cm<sup>3</sup>
19. 3.848 a<sup>3</sup>
20. 11.906 dm<sup>2</sup>
21. a) 1:1.698                      b) 1:1.910

### Lösungen zu Übungen 2

22. a) 4785.830                      b) 2726.490  
 c)  $\frac{13d^3\pi}{750} = 0.0545d^3$                       d)  $\frac{14\rho^3\pi}{81} = 0.543\rho^3$
23.  $G = 28.492 \text{ cm}^2; M = 33.016 \text{ cm}^3$
24. a) 2675.578 cm<sup>2</sup>                      b)  $S = \pi\left(d(h_1 + h_2) + \frac{d^2}{2} - h_1^2 - h_2^2\right)$
25. 3009.557 cm<sup>2</sup>
26. 110.238 g
27. 851.530 dm<sup>2</sup>
28. 0.5 m
29. Tropen: 39.875%; gemässigte Zonen: 51.831%; Polarzonen: 8.294%
30. 254.939 g
31. a)  $\frac{a+r}{2a}$                       b)  $\frac{2}{3}$
32. a)  $V = \frac{\sqrt{(d^2 - b^2)^3} \cdot \pi}{6}$                       b) 3.636 cm<sup>3</sup>





## IV VEKTORGEOMETRIE

### 1 Vektorbegriff und Vektoroperationen

#### Lösungen zu Übungen 1

1. a)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DE}$ ;  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$ ;  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{FD}$ ;  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CF}$   
 b)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FD}$ ;  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CF}$
2.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$ ;  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FE}$ ;  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF}$
3. a)  $c = 15.297$ ;  $\varphi = 78.690^\circ$     b)  $c = 11.250$ ;  $\varphi = 23,122^\circ$     c)  $c = 2.702$ ;  $\varphi = 21.870^\circ$
4. 14.500

#### Lösungen zu Übungen 2

5. a)  $\vec{a} = 2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$     b)  $\vec{a} = \frac{16}{3}(\vec{b} - 2\vec{c})$     c)  $\vec{a} = -\frac{1}{8}\vec{b} + \frac{3}{8}\vec{c}$
6.  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ;  $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \frac{3}{7}\vec{b}$ ;  $\overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2}\vec{b}$ ;  $\overrightarrow{DG} = \vec{a} - \frac{4}{7}\vec{b}$ ;  $\overrightarrow{FG} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{7}\vec{b}$ ;  $\overrightarrow{GE} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{14}\vec{b}$
7.  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ ;  $\overrightarrow{CA} = -\vec{a} - \vec{b}$ ;  $\overrightarrow{CM}_d = -\frac{3}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ ;  $\overrightarrow{M}_b\vec{A} = -\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ ;  $\overrightarrow{M}_b\vec{M}_d = -\frac{3}{4}\vec{a}$
8.  $\overrightarrow{BC} = -\vec{b} + \vec{c}$ ;  $\overrightarrow{BD} = -\vec{b} + \vec{d}$ ;  $\overrightarrow{CD} = -\vec{c} + \vec{d}$
9.  $\overrightarrow{AE} = \vec{c} + \vec{h}$ ;  $\overrightarrow{AF} = \vec{a} + \vec{c} + \vec{h}$ ;  $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{h}$ ;  $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{c} - \vec{h}$
10.  $\overrightarrow{CE} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ ;  $\overrightarrow{AS} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ;  $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{c}$ ;  $\overrightarrow{HS} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ ;  $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ;  $\overrightarrow{MS} = -\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$
11. a)  $\overrightarrow{BF} = \frac{4}{13}\vec{b} - \frac{12}{13}\vec{c}$     b)  $\overrightarrow{AF} = \frac{5}{13}\overrightarrow{AE}$     c)  $\overrightarrow{BF} = \frac{12}{13}\overrightarrow{BD}$
12. Skizze
13.  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MC}$  und  $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MD}$
14.  $\vec{c} = -\vec{a} + \vec{b}$ ;  $\vec{m} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$
15.  $\vec{m} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c})$
16.  $\overrightarrow{BS} = 2 \cdot \overrightarrow{SM}_b$

### 2 Vektoren in Komponentenform

#### Lösungen zu Übungen 1

1.  $A(2;2)$ ;  $B(-1;1)$ ;  $C(-2;-3)$
2.  $A(3;2;0)$ ;  $B(0;2;-1)$ ;  $C(2;0;1)$
3. Skizze
4. Skizze
5. a)  $E(0;2;1)$ ;  $F(4;0;1)$ ;  $G(4;2;0)$ ;  $H(4;2;1)$   
 b)  $(2;0;0)$ ;  $(2;2;0)$ ;  $(2;0;1)$ ;  $(2;2;1)$ ;  $(0;1;0)$ ;  $(4;1;0)$ ;  $(0;1;1)$ ;  $(4;1;1)$ ;  $(0;0;0.5)$ ;  $(4;0;0.5)$ ;  $(0;2;0.5)$ ;  $(4;2;0.5)$   
 c)  $(2;1;0)$ ;  $(2;1;1)$ ;  $(2;0;0.5)$ ;  $(2;2;0.5)$ ;  $(0;1;0.5)$ ;  $(4;1;0.5)$   
 d)  $(2;1;0.5)$

**Lösungen zu Übungen 2**

6. Skizze

7.  $A'(1;9); B'(0;0); C'(-3.5;-16)$ 

8.  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -\frac{33}{10} \\ -\frac{1}{12} \end{pmatrix}$

9.  $A'(-3;-1); B'(2;0); C'(-2.5;6)$ 

10. a)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

b)  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

**Lösungen zu Übungen 3**

11. Skizze

12.  $A'(1;-4;6)$ 

13.  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1.9 \\ \frac{11}{15} \end{pmatrix}$

14. a)  $A'(3;-4;-2)$ b)  $A'(-3;4;2)$ c)  $A'(-3;-4;2)$ d)  $A'(-3;-4;2)$ 15. a)  $x=6; y=\frac{3}{2}$ b)  $x=5; y=-\frac{2}{3}; z=-\frac{3}{2}$ c)  $x=-3; y=2; z=2$ **Lösungen zu Übungen 4**

16. a)  $\begin{pmatrix} 12 \\ -6 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$

d)  $\begin{pmatrix} 3 \\ -0.5 \end{pmatrix}$

e)  $\begin{pmatrix} 13 \\ -12 \end{pmatrix}$

f)  $d_2 = -18$

17. a)  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

d)  $d_1 = -6; d_2 = -2$

18. a)  $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 0.5 \\ -1 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} 7 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

d)  $\begin{pmatrix} 2.5 \\ 4 \end{pmatrix}$

19. a)  $\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{4}{3} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  b)  $\begin{pmatrix} 0.5 \\ -2 \\ 1.5 \end{pmatrix}$
20.  $y = 15.5$
21.  $b_2 = 3; b_3 = -2; c_1 = -2; c_2 = -6; c_3 = 4 \rightarrow b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; c = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$

### Lösungen zu Übungen 5

22. a) unabhängig b) abhängig  
c) unabhängig d) abhängig  
e) unabhängig f)  $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{CD} \rightarrow$  abh.
23. a) ja, sind Basis b) nein, keine Basis
24. a) ja, sind Basis b) nein ( $\vec{a}/\vec{b}$  kollinear)  
c) ja, sind Basis d) nein (linear abh.)
25. a)  $x \neq -6$  b)  $y \neq 2$  und  $y \neq 6$
26. a)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  b)  $\begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix} = -3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 8 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$   
c)  $\begin{pmatrix} 12.5 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix} = 12.5 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 7 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  d)  $\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{3}{4} \\ 4 \end{pmatrix} = -1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{3}{4} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
27. a)  $\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b}$  b)  $\vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c}$
28. a)  $x = -0,125; y = 1,375$  b)  $x = \frac{1}{2}; y = 3; z = -2$
29. a) mehre Lösungen, z.B.:  $\left( \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix} \right); \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$  b) z.B.:  $\left( \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$
30. a)  $\vec{a} = x \cdot \vec{b} + y \cdot \vec{c} + z \cdot \vec{d}$  hat keine Lösung b)  $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

## 3 Streckenlängen und Teilpunkte

### Lösungen zu Übungen 1

1. a)  $a = 13$  b)  $b = 5$   
c)  $c = 17$  d)  $d = 9$
2. a)  $\overline{OA} = 5; \overline{OB} = 10; \overline{OC} = \sqrt{29} = 5.385$  b)  $\overline{OA} = 9; \overline{OB} = 9; \overline{OC} = \sqrt{26} = 5.099$

3. a)  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

b)  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

c)  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

d)  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

4. a) 32

b) 33.455

c) 20

d) 31.125

5.  $z = \pm 36$

6.  $y = 6$

7. a)  $\vec{a}' = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{b}' = \begin{pmatrix} 6.527 \\ -2.720 \\ 7.071 \end{pmatrix}; \vec{c}' = \begin{pmatrix} -5.774 \\ 5.774 \\ -5.774 \end{pmatrix}$

b)  $\vec{a}' = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{b}' = \begin{pmatrix} -6.527 \\ 2.720 \\ -7.071 \end{pmatrix}; \vec{c}' = \begin{pmatrix} 5.774 \\ -5.774 \\ 5.774 \end{pmatrix}$

c)  $\vec{a}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{b}' = \begin{pmatrix} 0.653 \\ -0.272 \\ 0.707 \end{pmatrix}; \vec{c}' = \begin{pmatrix} -0.577 \\ 0.577 \\ -0.577 \end{pmatrix}$

d)  $\vec{a}' = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{b}' = \begin{pmatrix} -0.653 \\ 0.272 \\ -0.707 \end{pmatrix}; \vec{c}' = \begin{pmatrix} 0.577 \\ -0.577 \\ 0.577 \end{pmatrix}$

8. a)  $\vec{e}_a = \begin{pmatrix} 0.6 \\ -0.8 \end{pmatrix}$

b)  $\vec{e}_b = \begin{pmatrix} -0.514 \\ 0.857 \end{pmatrix}$

c)  $\vec{e}_c = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

d)  $\vec{e}_d = \begin{pmatrix} 0.845 \\ -0.169 \\ 0.507 \end{pmatrix}$

9.  $S_1(18;18); S_2(2;-12); S_3(-14;0)$

10.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

11.  $C(0;1;9); D(-2;-6;5)$

12. a)  $P_1(0;2); P_2(2;0)$

b)  $P_1(-2.214;0;0); P_2(0;-5.167;0); P_3(0;0;15.5)$

13.  $P_1(4;0); P_2(17.33;0)$

14.  $P_1(0;3.870;0); P_2(0;6.880;0)$

15.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$

## Lösungen zu Übungen 2

16.  $\vec{M} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$

17. a)  $T(3,857;0,143)$

b)  $T(9.5;-1)$

c)  $T(2;3;-2)$

d)  $T(6;-3;0)$

18. a) 3:2

b) 2:1

19. a)  $S(-1.333;4)$

b)  $S(-1;4,333;2)$

20.  $\vec{S} = \frac{1}{3}(\vec{A} + \vec{B} + \vec{C})$

21.  $C(13;16)$

22. a)  $S(1;2)$

b)  $S(1;-1;3)$

23.  $M(2;3); r=5$   
 24.  $M(3;-1;2); r=9$   
 25. a) 4:1    b) 3:2

## 4 Skalarprodukt

### Lösungen zu Übungen 1

- |   |  |
|---|--|
| 1. a) 5   | b) $-12\sqrt{2} = 16.971$  |
| c) -1   | d) 7   |
| e) 2  | f) -13   |
| 2. a) $120^\circ$   | b) $45^\circ$  |
| c) $139.764^\circ$  | d) $90^\circ$  |
| e) $75.821^\circ$   | f) $91.328^\circ$  |
| 3. a) $180^\circ$   | b) $60^\circ$  |
| c) $19.188^\circ$   | d) $90^\circ$  |
| e) $102.31^\circ$   | f) $\varphi_1 = 120^\circ; \varphi_2 = 60^\circ$                         |
| 4. a) $\alpha = 44.215^\circ; \beta = 52.125^\circ; \gamma = 83.660^\circ$                  | b) $\alpha = 100.091^\circ; \beta = 38.754^\circ; \gamma = 41.155^\circ$ |
| 5. $\alpha = 84.094^\circ; \beta = 90^\circ; \gamma = 130.601^\circ; \delta = 55.305^\circ$ |  |
| 6. $72.508^\circ$ bzw. $107.492^\circ$  |  |
| 7. a) $n = -1$  | b) $n_1 = 1; n_2 = -1$   |
| c) $n_1 = 2; n_2 = -2$  |  |
| 8. $\angle AMB = 97.407^\circ; \angle FMG = 44.129^\circ$                                   |  |
| 9. a) $60^\circ$  | b) $90^\circ$ c) $60^\circ$  |

### Lösungen zu Übungen 2

- |   |   |
|---|---|
| 10. a) -6   | b) 8  |
| c) 18   | d) -60  |
| 11. a) skalar; 1  | b) skalar; 0                                    |
| c) vektoriell; $\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$       | d) skalar; 24                                   |
| e) undefiniert  | f) skalar; 8                                    |
| 12. a) $\vec{a}^2 - \vec{b}^2 = a^2 - b^2$                        | b) $6\vec{a}\vec{b} - 3\vec{b}^2$               |
| c) $4n\vec{a} + n\vec{b}$   | d) $9\vec{a}^2 - 12\vec{a}\vec{b} + 4\vec{b}^2$ |
| 13. $(a_1b_1 + a_2b_2)^2 \neq (a_1a_1 + a_2a_2)(b_1b_1 + b_2b_2)$ |   |

### Lösungen zu Übungen 3

14. a)  $\vec{w}_\alpha \cdot \vec{w}_\beta = 0$

b)  $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 0$

c)  $\vec{a} = \vec{b} - \vec{c}; \vec{c} \cdot \vec{b} = c \cdot b \cdot \cos \alpha$

15. a)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}; \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

b)  $\vec{a} = \vec{h} - \vec{p}; \vec{b} = \vec{q} + \vec{h}$

c) zusätzlich  $\vec{c} = \vec{p} + \vec{q}$

16.  $\vec{AB} = \vec{DC}; \vec{BC} = \vec{AD}; \vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$

17. a)  $\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

18.  $\begin{pmatrix} 3.3 \\ -4.94 \\ 0.82 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -3.3 \\ 4.94 \\ -0.82 \end{pmatrix}$

19. a) -5

b) 2

20.  $x = -6; z = 2$

21.  $(y_1 = -1.5; z_1 = 1.5); U_1 = 14; A_1 = 12.25; (y_2 = 0.75; z_2 = 0.75); U_2 = 13; A_2 = 10.563$

22.  $P_1(0;0;4); P_2(0;0;-2)$

23. a) -0.5

b) 2

24.  $a^2 + c^2 = b^2$

### Lösungen zu Übungen 4

25. a)  $\varphi_x = 59.036^\circ; \varphi_y = 30.964^\circ$

b)  $\varphi_x = 70.093^\circ; \varphi_y = 20.547^\circ; \varphi_z = 85.117^\circ$

c)  $\varphi_x = 71.565^\circ; \varphi_y = 90^\circ; \varphi_z = 18.435^\circ$

d)  $\varphi_x = 69.590^\circ; \varphi_y = 35.538^\circ; \varphi_z = 62.290^\circ$

26.  $P_1(9.246;0;0); P_2(-7.246;0;0)$

27.  $\varphi_z = 65.427^\circ$

28.  $a_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3\sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix}; a_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 3\sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix}$

29.  $C_1(1;-7); C_2(5;1)$

### Lösungen zu Übungen 5

30. a)  $a_b = \sqrt{5} = 2.236; \vec{a}_b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

b)  $a_b = -\sqrt{38} = -6.164; \vec{a}_b = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$

31. a)  $5; \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

b)  $-3.790; \begin{pmatrix} -2.874 \\ -2.011 \\ 1.437 \end{pmatrix}$

32. a)  $2\sqrt{5} = 4.472$  b) 6.403  
 33.  $H_c(2;0); F = 45$   
 34.  $C_1(-1;7;-10); C_2(-9;-1;-6); F_1 = F_2 = 10.062$   
 35. 14.731  
 36.  $\overrightarrow{AD_1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AD_2} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$   
 37. 81.876

### Lösungen zu Übungen 6

38.  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1.30 \\ 1.70 \\ 1.40 \end{pmatrix} = 9.10 \text{ Fr.}$

39. a) 1350 Zeiteinheiten

b)  $K = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \left[ 0.05 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.10 \\ 0.10 \\ 0.10 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.35 \\ 0.25 \\ 0.20 \end{pmatrix}$

40. 168.60 Fr.

41.  $68.885^\circ$

42. a) 123 J

b)  $29.291^\circ$

43. 611.068 N