

Mathematik ist ein wichtiges Hilfsmittel und Werkzeug für künftige Fachhochschulstudierende und Berufslernende. Die beiden Bände Mathematik I und II enthalten die für das Studium vorausgesetzten Inhalte und fachliche Kompetenzen, wie sie im Rahmenlehrplan für die technische Berufsmaturität gefordert sind.

Das bewährte und weit verbreitete Lehrmittel wurde im Hinblick auf die Einführung des RLP 2012 ergänzt und angepasst. Im vorliegenden Band wurde insbesondere der Teil Vektorgeometrie vollständig überarbeitet, und behandelt neu auch die Parametergleichungen von Geraden und Ebenen. Zudem wurde das Buch ergänzt durch ein Kapitel über Polarkoordinaten.

Im Band Mathematik II wird das Grundwissen der Geometrie anschaulich und praxisnah vermittelt. Das Lehrmittel eignet sich als Lehr- und Arbeitsbuch im Unterricht oder für das Selbststudium. Mit zahlreichen Abbildungen und vielen gelösten Beispielen werden mathematische Zusammenhänge verdeutlicht und vertieft. Anhand der vielen Übungen kann der theoretische Lehrinhalt in zahlreichen Situationen angewendet werden. Die Lösungen der Übungsaufgaben stehen kostenlos zur Verfügung unter www.321Los.ch und www.hep-verlag.ch.

Das Buch macht die Lernenden mit spezifischen Methoden der Mathematik vertraut. Die heutigen technischen Hilfsmittel ermöglichen die Veranschaulichung der Mathematik und unterstützen die Erforschung von mathematischen Sachverhalten. Viele Aufgaben ermöglichen deshalb den sinnvollen Einsatz von Taschenrechner und Computer, andere können problemlos ohne Hilfsmittel gelöst werden.

Juni 2014

Hans Marthaler, Benno Jakob, Katharina Schudel

Dr. Hans Marthaler unterrichtete Mathematik an verschiedenen Berufsmaturitätsschulen in den Kantonen Bern, Luzern und Aargau. Heute ist er Rektor am Berufsbildungszentrum Fricktal in Rheinfelden.

Benno Jakob, Reto Reuter und **Matthias Burkhardt** sind langjährige Mathematiklehrer an der Berufsmaturitätsschule der GIBB in Bern und haben grosse Erfahrung in unterschiedlichen Berufsmaturitätsausrichtungen.

Katharina Schudel unterrichtet seit vielen Jahren Mathematik in verschiedenen Ausrichtungen der Berufsmaturität an mehreren Schulen im Kanton Zürich, seit 2005 an der Berufsmaturitätsschule Strickhof Lindau.

Planimetrie	13
1 Winkel	13
1.1 Grundlagen	13
1.1.1 Messen von Winkeln	13
1.1.2 Orientierte Winkel	14
1.1.3 Winkelkategorien	14
1.2 Winkel an Geraden	14
1.2.1 Winkel an sich schneidenden Geraden	14
1.2.2 Winkel an geschnittenen Parallelen	15
1.3 Winkel am Dreieck	15
1.3.1 Beliebige Dreiecke	15
1.3.2 Spezielle Dreiecke	16
1.4 Winkel am Kreis	18
1.4.1 Bezeichnungen	18
1.4.2 Kreiswinkelsätze	19
1.4.3 Satz des Thales	20
1.5 Übungen	22
2 Dreiecke	26
2.1 Das allgemeine Dreieck	26
2.1.1 Besondere Punkte und Linien am Dreieck	26
2.1.2 Berechnung des Flächeninhalts	27
2.2 Dreieck und Kongruenz	27
2.3 Satzgruppe des Pythagoras	28
2.3.1 Das rechtwinklige Dreieck	28
2.3.2 Satz des Pythagoras	29
2.3.3 Höhensatz	30
2.3.4 Kathetensatz	30
2.4 Anwendungen des Satzes des Pythagoras	33
2.4.1 Spezielle Dreiecke	33
2.4.2 Vermischte Aufgaben	34
2.5 Übungen	36

3	Viereck und Vieleck	43
3.1	Das allgemeine Viereck	43
3.2	Messen und Berechnen von Vierecksflächen	43
3.3	Spezielle Vierecke	44
3.4	Viereck und Kreis	47
3.5	Vielecke	49
3.5.1	Winkelsummen	49
3.5.2	Regelmässige Vielecke	49
3.6	Übungen	51
4	Kreis und Kreisteile	56
4.1	Kreis	56
4.1.1	Bezeichnungen	56
4.1.2	Kreisumfang	56
4.1.3	Kreisfläche	57
4.2	Kreisteile	59
4.2.1	Kreisring	59
4.2.2	Kreisbogen und Kreissektor	60
4.2.3	Kreissegment	61
4.3	Übungen	63
5	Zentrische Streckung und Ähnlichkeit	68
5.1	Zentrische Streckung	68
5.2	Strahlensätze	69
5.3	Ähnliche Figuren	72
5.3.1	Ähnlichkeitsabbildungen	72
5.3.2	Ähnliche Figuren	72
5.3.3	Ähnliche Dreiecke	73
5.3.4	Ähnlichkeit am rechtwinkligen Dreieck	73
5.4	Teilung von Strecken	76
5.4.1	Teilung einer Strecke	76
5.4.2	Goldener Schnitt	76
5.5	Übungen	79

Trigonometrie	87
6 Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck	87
6.1 Das Bogenmass	87
6.2 Bekannte Voraussetzungen aus der Planimetrie	89
6.3 Definition der Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck	90
6.4 Definition der Arcusfunktionen	92
6.5 Ausgewählte Anwendungen	94
6.6 Übungen	97
7 Berechnungen am schiefwinkligen Dreieck	104
7.1 Trigonometrische Funktionen und Einheitskreis	104
7.1.1 Winkel und Einheitskreis	104
7.1.2 Sinus und Cosinus	105
7.1.3 Tangens	105
7.1.4 Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen	106
7.1.5 Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen	107
7.2 Sinussatz	109
7.3 Cosinussatz	113
7.4 Flächensatz	115
7.5 Berechnungen am Kreis	116
7.5.1 Kreissektor (auch Kreisausschnitt)	116
7.5.2 Kreissegment (auch Kreisabschnitt)	116
7.6 Übungen	118
8 Trigonometrische Funktionen und ihre Graphen	126
8.1 Herleitung der Graphen	126
8.2 Eigenschaften der Graphen	127
8.2.1 Die Graphen der Sinus- und Cosinusfunktion	127
8.2.2 Kongruenz zwischen Sinus und Cosinus	128
8.2.3 Der Graph der Tangensfunktion	128
8.3 Transformationen der Sinusfunktion	130
8.4 Allgemeine Sinusfunktion	132
8.5 Harmonische Schwingungen	134
8.6 Übungen	138

9	Polarkoordinaten	142
9.1	Definition der Polarkoordinaten	142
9.2	Beziehung zwischen kartesischen Koordinaten und Polarkoordinaten	144
9.3	Graphen im Polarkoordinatensystem	147
9.4	Spiralen	152
9.5	Übungen	155
10	Goniometrie	160
10.1	Grundlagen	160
10.2	Additionstheoreme	161
10.2.1	Das Additionstheorem für den Cosinus	161
10.2.2	Das Additionstheorem für den Sinus	162
10.2.3	Additionstheoreme für Sinus, Cosinus und Tangens	163
10.3	Winkelfunktion für doppelte Winkel	165
10.4	Summen und Differenzen der Funktionen zweier Winkel	167
10.5	Goniometrische Gleichungen	168
10.6	Übungen	173

Stereometrie

11	Grundlagen	177
11.1	Darstellungsarten von Körpern	177
11.1.1	Schiefe Parallelprojektion	177
11.1.2	Netz oder Abwicklung eines Körpers	177
11.2	Punkt, Gerade und Ebene	178
11.2.1	Punktmengen im Raum	178
11.2.2	Lage von Punktmengen	178
11.2.3	Winkel im Raum	179
11.3	Grundlagen der Körperberechnungen	180
11.3.1	Oberfläche und Volumen	180
11.3.2	Satz des Cavalieri	181
11.4	Übungen	182

12	Prisma und Zylinder	183
12.1	Prisma	183
12.1.1	Quader	183
12.1.2	Würfel	184
12.1.3	Allgemeines Prisma	188
12.2	Zylinder	190
12.2.1	Schrägbild und Netz des geraden Kreiszylinders	191
12.2.2	Zylindervolumen und Zylinderoberfläche	191
12.3	Übungen	194
13	Spitze Körper	200
13.1	Pyramide	200
13.1.1	Definition und Bezeichnungen	200
13.1.2	Herleitung der Volumenformel	201
13.1.3	Schiefe Pyramide	203
13.1.4	Tetraeder	203
13.2	Kegel	206
13.2.1	Definition und Bezeichnungen	206
13.2.2	Herleitung der Volumenformel	207
13.2.3	Herleitung der Oberflächenformel	208
13.3	Übungen	211
14	Stumpfe Körper	215
14.1	Pyramidenstumpf	215
14.1.1	Definition und Begriffe	215
14.1.2	Volumen und Oberflächeninhalt	215
14.2	Kegelstumpf	217
14.2.1	Definition und Begriffe	217
14.2.2	Berechnung des Volumens	218
14.2.3	Berechnung der Oberflächeninhalte	218
14.3	Übungen	221
15	Kugel und Kugelteile	224
15.1	Kugel	224
15.1.1	Berechnung des Kugelvolumens	224
15.1.2	Berechnung der Kugeloberfläche	225
15.2	Kugelsegment und Kugelkappe	228
15.3	Kugelsektor	229
15.4	Kugelschicht und Kugelzone	230
15.5	Übungen	232

Vektorgeometrie	235
16 Vektorbegriff und Vektoroperationen	235
16.1 Zum Vektorbegriff	235
16.1.1 Vektorielle und skalare Grössen	235
16.1.2 Vektoren und Translationen	236
16.2 Vektoroperationen	237
16.2.1 Addition und Subtraktion	237
16.2.2 Multiplikation mit einem Skalar	239
16.2.3 Linearkombinationen	240
16.3 Übungen	245
17 Komponentendarstellung von Vektoren	249
17.1 Komponentendarstellung in der Ebene	249
17.1.1 Vektoren in der Ebene	249
17.1.2 Ortsvektoren in der Ebene	250
17.1.3 Betrag eines Vektors in der Ebene	251
17.2 Komponentendarstellung im Raum	252
17.2.1 Das räumliche Koordinatensystem	252
17.2.2 Vektoren im Raum	253
17.2.3 Ortsvektoren im Raum	253
17.2.4 Betrag eines Vektors im Raum	254
17.3 Vektoroperationen in Komponentenschreibweise	255
17.3.1 Addition und Subtraktion	255
17.3.2 Multiplikation mit einem Skalar	255
17.3.3 Linearkombinationen	256
17.4 Einheitsvektoren	259
17.4.1 Einheitsvektor in Richtung eines beliebigen Vektors	259
17.4.2 Einheitsvektoren in Richtung der Koordinatenachsen	259
17.5 Übungen	261

18	Das Skalarprodukt	266
18.1	Einführung	266
18.1.1	Definition Skalarprodukt	266
18.1.2	Winkel zwischen zwei Vektoren	267
18.2	Rechenregeln für das Skalarprodukt	270
18.3	Winkel	272
18.3.1	Orthogonalität zweier Vektoren	272
18.3.2	Winkel zwischen Vektoren und Koordinatenachsen	274
18.4	Normalprojektion eines Vektors	275
18.5	Flächeninhalt von Rechteck und Parallelogramm	276
18.6	Anwendung in Ökonomie und Physik	281
18.7	Übungen	282
19	Vektorielle Darstellung von Geraden	287
19.1	Die Parametergleichung der Geraden	287
19.2	Parameter- und Funktionsgleichung der Geraden	289
19.3	Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade	290
19.3.1	Lagekriterium	290
19.3.2	Abstand zwischen Punkt und Gerade	292
19.4	Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden	293
19.5	Schnittwinkel zwischen zwei Geraden	296
19.6	Abstand zwischen zwei windschiefen Geraden	298
19.7	Anwendung: Modellierung von geradlinigen Bewegungen	300
19.8	Übungen	302
20	Vektorielle Darstellung der Ebene	310
20.1	Die Parametergleichung der Ebene	310
20.2	Lagebeziehungen zwischen Punkt und Ebene	313
20.3	Gegenseitige Lage von Gerade und Ebene	314
20.4	Gegenseitige Lage von zwei Ebenen	317
20.5	Übungen	320